平 成 30 年 度

（医学部医学科）

問題冊子

教科	科目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は，すべて別紙解答用紙の所定欄に，はっきりと記入すること。
2. 答案には，解答の過程を書き，結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には，きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には，解答と志望学部及び受験番号のほかは，いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後，解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は，片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは，だまって手をあげて，監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には，解答用紙を必ずページ順に重ね，机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後，問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 $r > 3$ とする。座標平面上の3点 O(0, 0), A(4, 0), B(0, 3) に対して，次の問に答えよ。

(1) PO : PA = 3 : 1 である点 P の軌跡の方程式を求めよ。

(2) PO : PB = 3 : r である点 P の軌跡の方程式を求めよ。

(3) PO : PA : PB = 3 : 1 : r となる点 P が存在するような r の範囲を求めよ。

〔2〕 さいころを使って，点数 x_i を次のように順番に決めていくゲームを考える。

1回目にさいころを投げて，出た目を1回目の点数 x_1 とする。$x_1 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。$x_1 \geqq 2$ ならばゲームを続行し，さらにさいころを投げて2回目の点数 x_2 を下記の規則 a)，b)にしたがって決める。$x_2 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

一般に，$x_i \geqq 2$ ならばゲームを続行し，さらにさいころを投げて $(i+1)$ 回目の点数 x_{i+1} を下記の規則 a)，b)にしたがって決める。$x_{i+1} = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

a) x_i が奇数のとき，

$$(i+1)\text{ 回目に投げたさいころの目が}\begin{cases}\text{奇数ならば } x_{i+1} = 3x_i + 1\\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = x_i\end{cases}$$

b) x_i が偶数のとき，

$$(i+1)\text{ 回目に投げたさいころの目が}\begin{cases}\text{奇数ならば } x_{i+1} = x_i\\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = \dfrac{x_i}{2}\end{cases}$$

このとき，次の問に答えよ。

(1) 1回目の点数 x_1 の期待値を求めよ。

(2) さいころを投げた回数が2回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

(3) さいころを投げた回数が3回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

(4) さいころを投げた回数が6回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

〔3〕 2次方程式 $x^2-4x+1=0$ の2つの解を α, β とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\alpha^2+\beta^2$, $\alpha^3+\beta^3$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) すべての自然数 n に対して，$\alpha^n+\beta^n$ は偶数になることを示せ。

(3) $\alpha>\beta$ とする。このとき，すべての自然数 n に対して，$[\alpha^n]$ は奇数になることを示せ。ただし，$[\alpha^n]$ は α^n 以下の最大の整数を表す。

〔4〕 連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 2 \\ y \geqq x^2 \end{cases}$ の表す領域を D とするとき，次の問に答えよ。

(1) 曲線 $x^2+y^2=2$ と曲線 $y=x^2$ の交点をすべて求めよ。

(2) この2曲線の概形をかき，D を図示せよ。

(3) D の面積を求めよ。

(4) D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。