数　　学

（医　学　部）

― 2月2日 ―

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

22TA2

メモ

次の空欄を埋めなさい．

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

1

(1) $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2-\sqrt{2}}\,i\right)^8 = \boxed{\text{ア}}$．ただし，$i$ は虚数単位とする．

(2) 関数 $y=\sin(-x+\pi)+\sqrt{3}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ は $x=\boxed{\text{イ}}$ のとき最小値をとる．

(3) 方程式 $\log_2(8x-8)-\log_2 x^2=1$ の解は $x=\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 3辺の長さがすべて整数であり，ある2辺の長さの和が4となる三角形は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある．

(5) 曲線 $y=\dfrac{1}{x^2+9}$，x 軸，y 軸，直線 $x=3\sqrt{3}$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(6) 初項が5で公差が -2 の等差数列を $\{a_n\}$ とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100} a_{3k} = \boxed{\text{カ}}$ である．

2

関数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ $(a>0,\ ac-b\neq 0)$ を考える．

(1) $f'(x)=\boxed{\text{ア}}$

(2) 関数 $f(x)$ とその逆関数が等しくなるための条件は $\boxed{\text{イ}}$ である．

C を $y=f(x)$ のグラフとし，C' を $y=f'(x)$ のグラフとする．以下は，b，c を用いずに答えること．

(3) $\boxed{\text{イ}}$ のとき，C と C' が共有点を持ち，その共有点での接線が一致するための条件は $b=\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) $\boxed{\text{イ}}$ かつ $b=\boxed{\text{ウ}}$ のときを考える．

(i) C と C' の共有点における接線を ℓ とする．ℓ と x 軸との交点 A の座標は $(\boxed{\text{エ}},\ 0)$，y 軸との交点 B の座標は $(0,\ \boxed{\text{オ}})$ である．原点を O とすると，三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(ii) $\boxed{\text{エ}}<0$，$\boxed{\text{オ}}<0$ の範囲で，三角形 OAB の面積の最大値は $\boxed{\text{キ}}$ である．

3 a を正の数とし，点 $A(0,\ 1)$，$B(0,\ -1)$，$C(a,\ 0)$ とする．3直線 AB，BC，CA のすべてに接する円の集合を S とする．S に属する円のうち半径が最も小さいものを O_1，中心が第1象限にある円を O_2 とおく．O_1 と内接し，S に属する O_1 以外のすべての円と外接する円を O_3 とする．

(1) O_1 の半径は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) O_2 の中心の座標は $\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$ である．

(3) O_3 の半径は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(4) a が正の数を動くとき，O_3 の半径は $a=\boxed{\text{オ}}$ で最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる．

(5) O_2 と O_3 の接点の y 座標は $\boxed{\text{キ}}$ である．a が正の数を動くとき，$\boxed{\text{キ}}$ は $a=\boxed{\text{ク}}$ で最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる．

(6) 直線 BC と O_3 の交点の x 座標は $\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ である．

メモ

メモ

メモ