

# 数 学

(医 学 部)

— 2024 年 2 月 2 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい。

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

- 1 (1)  $\int_0^{\frac{2}{3}}(3x+2)^2 dx - \int_0^{\frac{2}{3}}(3x-2)^2 dx = \boxed{\text{ア}}$  である。
- (2)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(1+h)^3 - \frac{5}{2}(1+h)^2 + \frac{16}{5}(1+h) - \frac{6}{5}}{h} = \boxed{\text{イ}}$  である。
- (3) 3直線  $x+2y=1$ ,  $3x-4y=1$ ,  $mx+ny=1$  が1点で交わるような,  $1 \leq m+n \leq 10$  を満たす整数の組  $(m, n)$  は  $\boxed{\text{ウ}}$  個ある。
- (4)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  のとき, 関数  $y = \sin \theta + \cos \theta$  の最大値は  $\boxed{\text{エ}}$  であり, 最小値は  $\boxed{\text{オ}}$  である。
- (5) 1つの箱に赤玉と青玉が合計11個入っている。この箱から1個の玉を取り出し, それを戻さずにまた1個の玉を取り出す。このとき, 取り出された2個の玉がともに赤玉である確率は  $\frac{28}{55}$  であるという。はじめにこの箱に入っていた赤玉の個数は  $\boxed{\text{カ}}$  個である。
- (6) 4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$  を考える。Cから直線ABに下ろした垂線とABの交点をHとし,  $\angle OHC = \theta$  とおく。このとき  $\tan \theta = \boxed{\text{キ}}$  である。
- (7) 2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  が  $|\vec{a}+3\vec{b}|=1$ ,  $|\vec{a}-4\vec{b}|=1$  を満たすように動くとき,  $|\vec{a}+\vec{b}|$  の最大値は  $\boxed{\text{ク}}$  であり, 最小値は  $\boxed{\text{ケ}}$  である。

2

表1は、金融商品 A, B の各年の1月31日における1単位あたりの評価額を表している。

| 年           | 2022 | 2023 | 2024 |
|-------------|------|------|------|
| 金融商品 A (万円) | 9    | 15   | 9    |
| 金融商品 B (万円) | 21   | 9    | 6    |

表1. 金融商品 A, B の評価額のデータ

実数  $x$  が  $0 \leq x \leq 1$  を満たすとする。表2は、A, B をそれぞれ  $(1-x)$ ,  $x$  単位だけ所有していた場合の各年の資産を表している。

| 年      | 2022           | 2023           | 2024          |
|--------|----------------|----------------|---------------|
| 資産(万円) | $9(1-x) + 21x$ | $15(1-x) + 9x$ | $9(1-x) + 6x$ |

表2. 資産のデータ

表2のデータの平均値を  $f(x)$ , 分散を  $g(x)$  とする。

- (1)  $f(0) = \boxed{\text{ア}}$ ,  $g(1) = \boxed{\text{イ}}$  である。
- (2) 表1における A の評価額のデータと B の評価額のデータの相関係数は  $\boxed{\text{ウ}}$  である。
- (3)  $f(x)$  は  $x = \boxed{\text{エ}}$  のとき最大値  $\boxed{\text{オ}}$  をとる。
- (4)  $g(x)$  は  $x = \boxed{\text{カ}}$  のとき最小値をとる。
- (5)  $a \geq \frac{1}{10}$  に対して、関数  $h(x) = \{f(x)\}^2 - ag(x)$  を考える。  $h(x)$  が  $x = 1$  で最大値をとるための必要十分条件は  $\frac{1}{10} \leq a \leq \boxed{\text{キ}}$  である。

**3**

初項から第5項までの和が100であり、初項から第10項までの和が25である等差数列 $\{a_n\}$ に対して、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 2^{a_1}, \quad \frac{b_n}{b_{n-1}} = 2^{a_n} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

で定める.

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を $n$ の式で表すと $a_n = \boxed{\text{ア}}$ である. また, $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $n$ の式で表すと $\boxed{\text{イ}}$ である.

(2)  $b_3 = 2^{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

(3)  $b_n < 1$ となる最小の自然数 $n$ は $\boxed{\text{エ}}$ である.

(4)  $b_n$ は $n = \boxed{\text{オ}}$ のとき、最大値をとる. その最大値の桁数は $\boxed{\text{カ}}$ であり、最高位に現れる数字は $\boxed{\text{キ}}$ である.

ただし $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ ,  $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ である.

メモ



