北里大学

2025 年度　一般選抜　数学

1 次の各文の［　　］にあてはまる答を求めよ．

(1) 実数 x に対して $N(x)$ は

$$N(x) - \frac{1}{2} \leqq x < N(x) + \frac{1}{2}$$

を満たす整数であるとし，$f(x) = |x - N(x)|$ とする．このとき，$N(3\sqrt{7}) =$［（ア）］であり，$f(\pi) =$［（イ）］である．

k を正の整数とすると，$f(\sqrt{k^2+k+1})$ の値は［（ウ）］であり，$\displaystyle\int_0^{2025} f(x)\,dx =$［（エ）］である．

(2) x を正の定数とし，AB $= 6$，AC $= x$，$\angle$BAC $= \dfrac{\pi}{3}$ である三角形 ABC を考える．点 C から直線 AB に下ろした垂線を CP，点 B から直線 AC に下ろした垂線を BQ とする．内積 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ の値を x を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}} =$［（オ）］である．直線 BQ と直線 CP の交点を R，直線 AR と直線 BC の交点を S とおく．$\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ を x，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{AR}} =$［（カ）］である．BS : SC $= 6 : 1$ であるとき，$x =$［（キ）］であり，三角形 BCR の面積は［（ク）］である．

(3) 箱 A，B の中にそれぞれ 4 枚の番号札が入っている．箱 A の 4 枚の番号札にはそれぞれ 0，1，2，3 と書かれており，箱 B の 4 枚の番号札にはそれぞれ 3，3，4，5 と書かれている．以下の規則にしたがって一方の箱から番号札を 1 枚引いて，もとの箱に戻すという操作を繰り返す．

規則 1　1 回目の操作では箱 A から番号札を引く

規則 2　n 回目の操作で 3 の番号札を引いた場合，$n+1$ 回目の操作では箱 B から番号札を引く $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

規則 3　n 回目の操作で 3 の番号札を引かなかった場合，$n+1$ 回目の操作では箱 A から番号札を引く $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

このとき，1 回目，2 回目，3 回目の操作で引いた番号札の番号の和が 8 である確率は［（ケ）］である．2 回目の操作で引いた番号札の番号が 3 であったとき，1 回目の操作で引いた番号札の番号が 3 である確率は［（コ）］である．n 回目の操作で 3 の番号札を引く確率を p_n とするとき，p_{n+1} を p_n を用いて表すと $p_{n+1} =$［（サ）］であり，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} p_n =$［（シ）］である．

2 関数 $f(x) = 2x - \sqrt{1-x^2}$ $(-1 \leqq x \leqq 1)$ について考える．

(1) $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ．

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + 1$ および y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ．

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれる図形を，x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．

(4) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + 1$ および y 軸で囲まれる図形を，y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．

3 xy 平面上において，点 $(1,\ 0)$ からの距離と直線 $x = 4$ からの距離の比が $1 : 2$ である点 A の軌跡を C とする．

(1) 曲線 C の方程式を求めよ．

(2) m，n を定数とし，$n > 0$ であるとする．直線 l: $y = mx + n$ と原点 O の距離を d とおく．直線 l が曲線 C に接するとき，n と d を m を用いて表せ．

(3) 長方形 PQRS の各辺が曲線 C に接しているとする．この長方形 PQRS を原点 O を中心に 1 回転させるとき，長方形 PQRS の各辺および内部が通過する部分の面積を求めよ．