三重大学

2022 年度　前期日程　物理

（2 科目　150 分）

1 以下の文章中の［（ア）］～［（カ）］に適切な数式を書き入れなさい。

図 1 のように，水平な床の上に台がある。台の末端の点 A から距離 l〔m〕だけ離れた点 O に質量 m〔kg〕の質点が置かれている。台の上面は点 A を支点として上に動かして傾けることができる。ただし，重力加速度の大きさには g〔m/s^2〕を用いよ。

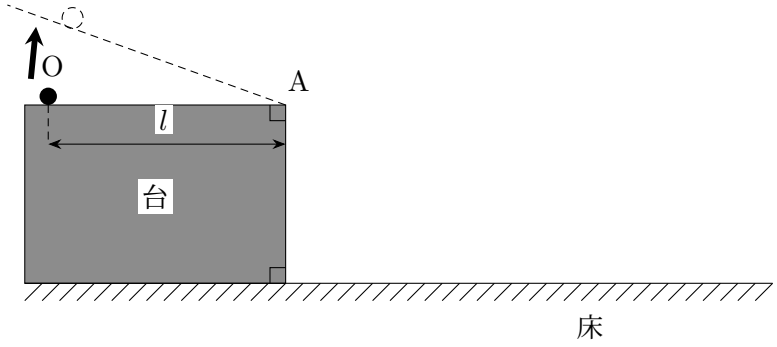


図 1

問 1　台の上面をゆっくり傾けていくと，図 2 のように水平とのなす角度が θ〔rad〕になったときに質点がすべりはじめたので，傾けるのを止めた。このとき，質点と台の上面との静止摩擦係数は，θ を用いて［（ア）］と表される。

その後，質点は台の上面をすべり，点 A から斜め下方向に v〔m/s〕の速さで飛び出した。質点が点 O から点 A まですべる間に，台の上面より質点に対して一定の大きさの摩擦力が働くとする。この摩擦力が質点にした仕事は［（イ）］〔J〕であるため，質点と台の上面との間の動摩擦係数は［（ウ）］と表される。

台から飛び出した質点は，床の上の点 B に落下した。点 A から点 B に至る時間を t〔s〕とすれば，点 A の床からの高さは［（エ）］〔m〕である。

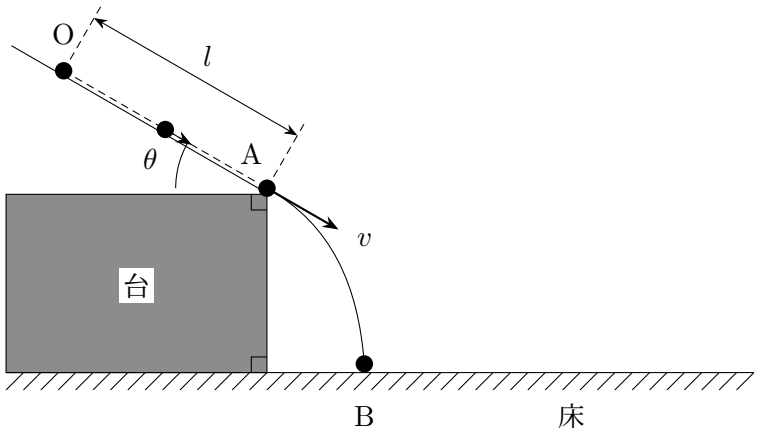


図 2

問 2　点 B に落下した質点は，図 3 のように床に対して θ_1〔rad〕の角度で衝突し，θ_2〔rad〕の角度ではね返った。衝突直前，直後の速さがそれぞれ v_1〔m/s〕，v_2〔m/s〕であったとすると，はね返り係数 e は，θ_1，θ_2，v_1，v_2 を用いて $e =$ (オ) と表される。特に，床がなめらかな場合，速度の水平方向の成分は衝突前後で変化しないため，e は，θ_1，θ_2 を用いて $e =$ (カ) と表される。

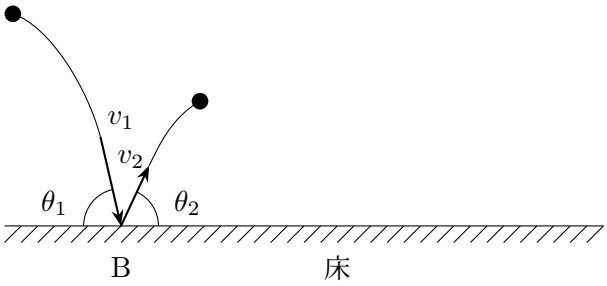


図 3

2 以下の文章中の (i) ～ (viii) に適切な数式を書き入れなさい。

平面上の 3 点 A，B，C において，図 1 のように，直線 AC と直線 BC は直交し，点 A と点 C の間の距離は L〔m〕であり，点 B と点 C の間の距離は $2L$ であるとする。時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ で音源と観測者はそれぞれ点 A と点 B に位置する。そして，音源の音の振動数は f_0〔Hz〕であり，時刻 $t \leqq 0$ で音を出さないが，時刻 $t > 0$ で音を出し続けるとする。

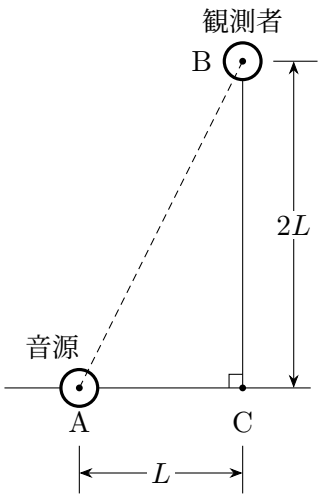


図 1

以下では，時刻 $t \geqq 0$ に，

［I］　音源が点 A から点 C の方向に等速直線運動する場合，

［II］　観測者が点 B から点 C の方向に等速直線運動する場合，

を考える。ただし，いずれの場合も等速直線運動する速さは音速 V〔m/s〕よりも小さいとする。大気中の風の影響は無視する。

［I］　まず，図 2 のように，時刻 $t \geqq 0$ に，観測者が点 B に静止し，音源が速さ v_{s}〔m/s〕で等速直線運動する場合を考える。

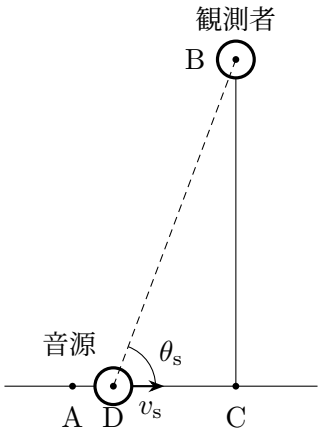


図 2

問 1　音源からの音は時刻 $t >$ (i) 〔s〕において観測者に届く。

問 2　点 A と点 C の間にある点 D に対して，∠BDC を θ_{s}〔rad〕とする。点 D の位置で音源が出した音が観測者に届いたとすれば，観測者が聞く音の振動数は，f_0，v_{s}，V，θ_{s} を用いて (ii) 〔Hz〕のように表される。

問 3　観測者が振動数 f_0 の音を聞く時刻は (iii) 〔s〕である。また，その時刻における音源と点 C の間の距離は (iv) 〔m〕となる。

〔II〕　次に，図 3 のように，時刻 $t \geqq 0$ に，音源が点 A に静止し，観測者が速さ v_{O}〔m/s〕で等速直線運動する場合を考える。

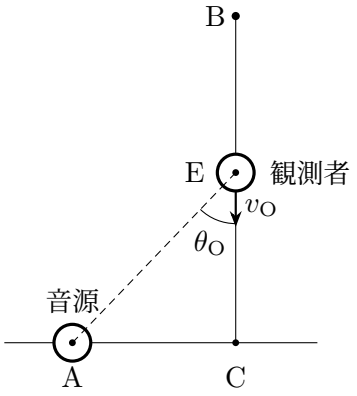


図 3

問 4　点 B と点 C の間にある点 E に対して，∠AEC を θ_{O}〔rad〕とする。観測者が点 E を通過するときに，音源からの音が観測者に届いていれば，観測者が聞く音の振動数は，f_0，v_{O}，V，θ_{O} を用いて (v) 〔Hz〕のように表される。

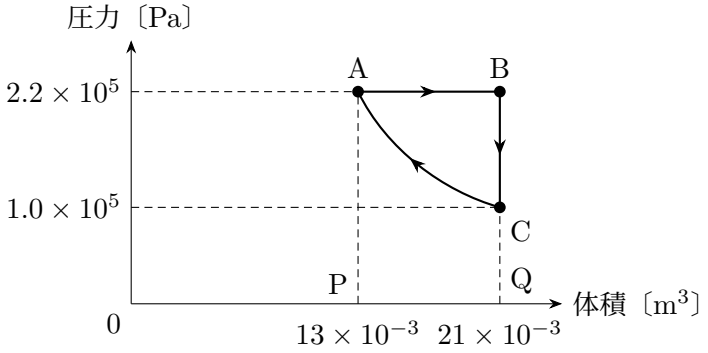
問 5　$v_{\mathrm{O}} = \dfrac{V}{3}$ の場合において，時刻 T〔s〕に音源が出した音が時刻 T'〔s〕に観測者に届き，観測者が聞く音の振動数は $\dfrac{6f_0}{5}$ であった。時刻 T' での観測者と点 C の間の距離は L のみを用いて (vi) 〔m〕のように，T' は L，V を用いて (vii) 〔s〕のようになるため，T は L，V を用いて (viii) 〔s〕のように表される。

3 次の文章を読み，**問 1**〜**問 5** に答えなさい。

図に示すグラフのように，1 mol の単原子分子理想気体の状態を A → B → C → A の順にゆっくりと変化させる。過程 A → B は定圧変化，過程 B → C は定積変化，過程 C → A は断熱変化である。

A での気体の体積は $13 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$，圧力は $2.2 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ である。C での気体の体積は $21 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$，圧力は $1.0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ である。また，グラフの横軸に A からおろした垂線の足を P，C からおろした垂線の足を Q とする。

気体定数は $R = 8.3\,\mathrm{J/(mol{\cdot}K)}$ であるとし，数値で答える場合には有効数字 2 桁としなさい。また，必要ならば 1 mol の単原子分子理想気体の温度 T〔K〕での内部エネルギー U〔J〕が $U = \dfrac{3}{2}RT$ であることを用いなさい。



図

問 1　状態 A での気体の温度を答えなさい。

問 2　過程 A → B で気体がする仕事を答えなさい。

問 3　過程 B → C で気体が放出する熱量を答えなさい。

問 4　グラフにおいて曲線 AC と線分 AP，CQ，PQ で囲まれる領域の面積で表される量が何を意味するのか，説明しなさい。

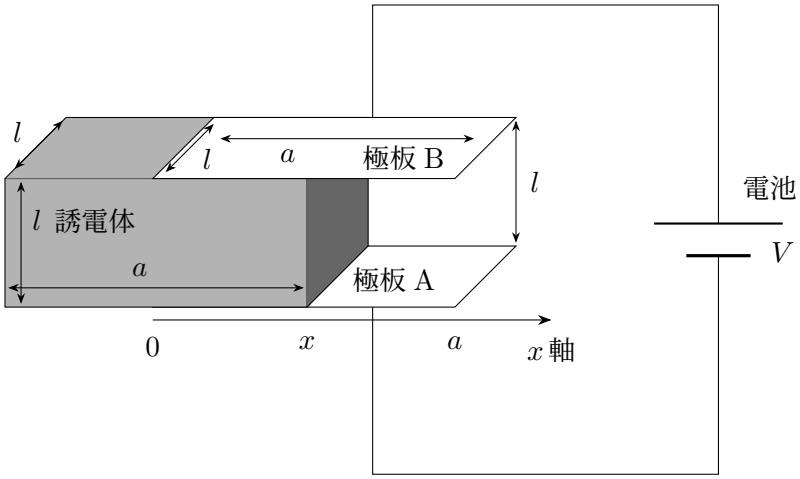
問 5　前問の量の大きさを，単位を付けて答えなさい。

4 以下の文章中の (あ) ～ (こ) に適切な数式を，(さ) には「x 軸の正の方向」，「x 軸の負の方向」のうち適切な語句を書き入れなさい。

図のように，真空中に縦 l〔m〕，横 a〔m〕である 2 枚の長方形の薄い極板 A，B を間隔 l〔m〕だけ隔て，両端をそろえて平行に対向させてコンデンサーを形成する。両極板に起電力 V〔V〕の電池を導線で接続する。ただし，真空の誘電率を ε_0〔F/m〕とする。

極板 A の横方向と平行になるように x 軸をとる。極板 A の左端を原点とし，右向きを x 軸の正の方向とする。電池を接続したままで，コンデンサーの極板間に縦 l〔m〕，横 a〔m〕，厚さ l〔m〕の直方体の誘電体をコンデンサーの左端から挿入した。誘電体の右端の位置を x〔m〕とする。ただし，誘電体の比誘電率 ε_{r} は $\varepsilon_{\mathrm{r}} > 1$ とする。この誘電体は変形せず，極板間を x 軸方向になめらかにゆっくりと移動する。

なお，コンデンサーの内部の電場は極板に対して垂直であるとする。極板端部での電場の乱れの効果は考えないものとする。また，極板および導線の電気抵抗，電池の内部抵抗は無視できるとする。



図

問 1　誘電体を挿入すると，誘電体に x 軸方向の力が働いた。x 軸方向に外力を加えて，$x = x_0$〔m〕の位置で誘電体を静止させた。ただし，$0 < x_0 < a$ である。

このとき，コンデンサーの電気容量は (あ) 〔F〕，コンデンサーに蓄えられている電気量は (い) 〔C〕，コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは (う) 〔J〕である。

問 2　両極板に電池を接続したままで，$x = x_0$〔m〕の位置から $x = x_0 + \Delta x$〔m〕の位置まで誘電体をゆっくりと移動させて静止させた。ただし，Δx は微小距離で，$\Delta x > 0$，$0 < x_0 + \Delta x < a$ とする。このとき，コンデンサーの電気容量は (え) 〔F〕，コンデンサーに蓄えられている電気量は (お)

〔C〕，コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは (か) 〔J〕である。

この移動の間のコンデンサーの電気量の増加量は (き) 〔C〕なので，電池によりなされた仕事は (く) 〔J〕である。したがって，この移動の間に外力によってなされた仕事は (け) 〔J〕である。これより，$\varepsilon_{\mathrm{r}} > 1$，$\Delta x > 0$ であることを考慮して，外力の大きさは (こ) 〔N〕で，向きは (さ)（x 軸の正の方向，x 軸の負の方向）である。

5 以下の文章中の ① ～ ⑧ に適切な数式もしくは数値を書き入れなさい。

核医学治療では放射性同位体やその化合物を体内に投与し，放射線のエネルギーを治療に用いる。この際，β 線またはそれより物質を透過する能力 (透過力) が低い α 線を放射する放射性同位体が利用される。α 線は透過力が低いため，近くにあるがん細胞の増殖を抑えるが，離れた細胞には影響を及ぼしにくい。

問 1　静止した原子核 X が α 崩壊することで原子核 Y になったとする。ただし，原子核 X，原子核 Y，α 粒子の質量をそれぞれ M_{X}〔kg〕，M_{Y}〔kg〕，m〔kg〕とし，$M_{\mathrm{X}} > M_{\mathrm{Y}} + m$ である。また，真空中の光の速さを c〔m/s〕とする。

この α 崩壊で発生するエネルギーは ① 〔J〕であり，そのすべてが原子核 Y の運動エネルギーと α 粒子の運動エネルギーになったとすると，それらの運動エネルギーの比は

$$\frac{\text{原子核 Y の運動エネルギー}}{\alpha \text{ 粒子の運動エネルギー}} = \boxed{\text{②}}$$

である。

問 2　ラジウム ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ は前立腺がんの治療に用いられる放射性医薬品のひとつである。${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ は α 崩壊をするが，その崩壊の半減期を T〔s〕とする。時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ での ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ 原子核の数を N_0〔個〕とすると，時刻 t〔s〕での ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ 原子核の数は $N =$ ③ 〔個〕と表される。

時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ で ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ を投与したときの ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ 原子核の数が $N_0 = 4.80 \times 10^{12}$ 個であり，その後，$t = 1.92 \times 10^{6}\,\mathrm{s}$ に ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ 原子核の数が $N = 1.20 \times 10^{12}$ 個となったとする。これより ${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ の半減期を日単位で有効数字 2 桁まで求めると，④ 〔日〕である。

問 3　${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ がまず 1 回の α 崩壊をするとラドン Rn になる。α 崩壊後の Rn の質量数は ⑤，原子番号は ⑥ である。

${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ が Rn へと崩壊した後，さらにいくつかの段階を経て，安定な鉛 ${}^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ となる。${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ が ${}^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ に至るまで合計で，α 崩壊する回数は ⑦ 〔回〕，β 崩壊する回数は ⑧ 〔回〕である。