北里大学

2026 年度　一般選抜　数学

（80 分）

注意事項　〔2〕，〔3〕は，解答の過程を必ず記すこと。

1 次の各文の［　　］にあてはまる答を求めよ。

(1) i を虚数単位とし，$\alpha = -2 + i$，$\beta = 2 - 2i$ とする。$|\beta - \alpha|$ の値は［（ア）］である。γ を実部と虚部がともに正である複素数とし，複素数平面上の 3 点 α，β，γ を頂点とする三角形は正三角形であるとする。このとき，γ の値は［（イ）］である。p，q を定数とし，方程式 $(z+p)^3 = q$ の解が $z = \alpha$，β，γ であるとすると，q の実部は［（ウ）］である。

(2) e を自然対数の底とし，曲線 $y = \log x$ 上の点 $(e^2,\ 2)$ における接線を l とおく。このとき，l の方程式は $y =$［（エ）］であり，曲線 $y = \log x$ と直線 l および x 軸で囲まれた部分の面積は［（オ）］である。曲線 $y = \log x$ と直線 l および x 軸で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は［（カ）］である。

(3) 2 次関数 $y = f(x)$ のグラフ C は放物線 $y = -x^2 + 3x - 4$ を平行移動したものであるとし，C は点 $(2,\ -1)$ を通り，C の頂点は直線 $y = -4x + 3$ 上にあるとする。このとき，$f(x) =$［（キ）］である。座標平面上に点 $\mathrm{Q}(s,\ t)$ をとり，点 Q を直線 $y = 2x$ に関して対称移動した点を P とすると，点 P の座標は s と t を用いて［（ク）］と表される。点 Q が放物線 C 上を動くとき，方程式 $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 20x + 15y =$［（ケ）］の表す曲線が点 P の軌跡である。

(4) 関数 $f(x) = \sin x - x\cos x$ の区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ における最小値は［（コ）］である。関数 $g(x) = \sin x + \cos x + ax$ が極値をもつとき，実数の定数 a のとり得る値の範囲は［（サ）］である。関数 $h(x) = \dfrac{2x - \sin 2x}{x^2}$ の区間 $0 < x < \pi$ における最大値は［（シ）］である。

2 赤玉 3 個，白玉 3 個が入っている箱がある。この箱から玉を 1 個取り出し，この箱に白玉を 1 個入れるという操作を繰り返す。n 回目の操作を終えたときにこの箱に入っている赤玉の個数が 3 個，2 個，1 個，0 個である確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n，d_n として，4 つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$，$\{d_n\}$ を定める。また，n 回目の操作を終えたときにこの箱に入っている赤玉の個数の期待値を e_n として，数列 $\{e_n\}$ を定める。

(1) a_2，b_2，c_2，d_2，e_2 の値をそれぞれ求めよ。

(2) n を正の整数とする。b_{n+1} を a_n と b_n を用いて表し，c_{n+1} を b_n と c_n を用いて表せ。さらに，e_{n+1} を e_n を用いて表せ。

(3) $p_n = \left(\dfrac{3}{2}\right)^n b_n$ とおく。数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

3 三角形 OAB において，辺 AB の中点を M とし，線分 OM を 4 : 1 に内分する点を N とする。p，q は $0 < p < 1$，$0 < q < 1$ を満たす実数の定数であるとし，3 点 P，Q，R は等式

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = p\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \qquad \overrightarrow{\mathrm{OQ}} = q\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}, \qquad \overrightarrow{\mathrm{OR}} = \frac{4(1+p)}{5(1+2p)}\,\overrightarrow{\mathrm{OM}}$$

を満たし，さらに 3 点 P，Q，N は一直線上にあるとする。三角形 OAB の面積を S_1 とし，三角形 OPQ の面積を S_2 とし，三角形 RPQ の面積を S_3 とする。

(1) $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q}$ の値を求めよ。

(2) $\dfrac{S_1}{S_2}$ の値が最大になるような定数 p の値を求めよ。

(3) $\dfrac{S_1}{S_3}$ の値が最大になるような定数 p の値を求めよ。