奈良県立医科大学

2024 年度　後期日程　物理

（2 科目　180 分）

1 以下の［　　］の中に適切な式または数を記入せよ．

図 1 のように，水平な床上に半径 R〔m〕，長さ $\frac{2}{3}\pi R$〔m〕の円弧 ABC がある．円弧を含む面と床は垂直であり，円弧はその中点 B で床に接している．B が床の上を移動することはないものとし，円弧 ABC の中心 O と B を通る鉛直線を軸として円弧 ABC は回転することができる．質量 m〔kg〕で大きさの無視できる物体（質点）P が円弧 ABC 上にある．P は円弧上をなめらかに運動することができる．重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする．

Ⅰ）OB を軸として円弧 ABC を一定の角速度で矢印の向きに回転させた．ω〔rad/s〕で角速度の大きさを表す（$\omega > 0$）．OP が OB となす角が θ〔rad〕の位置で P は等速円運動を行ったとする．

質点 P とともに回転する観測者から見たとき，P には重力のほか，垂直抗力と遠心力がはたらく．P にはたらく遠心力の大きさは，ω を用いて，

［　(1・1)　］〔N〕

と表される．P にはたらく遠心力，垂直抗力，重力がつりあうことより，

$\omega =$［　(1・2)　］

がわかる．

このように，遠心力，垂直抗力，重力の 3 つの力のつりあいが成り立つのは，ある条件

$$0 < \Omega_0 < \omega < \Omega_1 \qquad \cdots(\alpha)$$

を満たす場合である．ここで，

$\Omega_0 =$［　(1・3)　］〔rad/s〕

であり，

$\Omega_1 =$［　(1・4)　］〔rad/s〕

である．

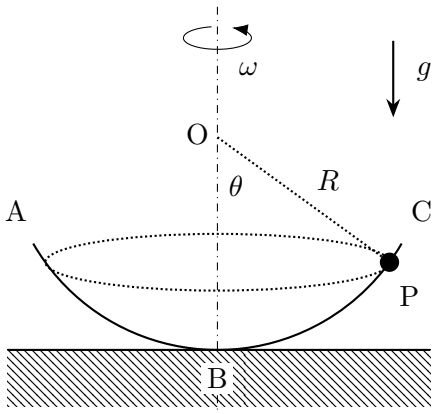


図 1

Ⅱ）円弧 ABC の角速度を条件 (α) を満たす ω_0〔rad/s〕に固定した（$\Omega_0 < \omega_0 < \Omega_1$）．最初 P は 3 つの力がつりあう位置にあり，この位置は角 θ_0〔rad〕で表される．質点 P を円弧上で $\theta_0 + \Delta\theta$〔rad〕の位置にずらし静かに放した．

ずらした位置 $\theta_0 + \Delta\theta$ において，P にはたらく力の円弧 ABC の接線方向の成分を考える．重力の接線方向の成分は，接線に沿って下向きに

(1・5)	〔N〕

である．$|\Delta\theta|$ は θ_0 に比べて十分に小さく，次の近似式が成り立つものと考えてよい．

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) \fallingdotseq \sin\theta_0 + \Delta\theta\cos\theta_0$$
$$\cos(\theta_0 + \Delta\theta) \fallingdotseq \cos\theta_0 - \Delta\theta\sin\theta_0$$

近似式を用いると，重力の接線方向の成分は，接線に沿って下向きに

(1・6)	〔N〕

と表されることになる．

遠心力の接線方向の成分は接線に沿って上向きにはたらく．ここでも上の近似式を用いることができ，さらに，$\Delta\theta$ の 1 次の項までを残し 2 次以上の高次項は無視してよい．(1・6) とあわせて，ずらした位置において P にはたらく力は接線方向下向きに

$m\omega_0^2 \times$ (1・7) 〔N〕

と表されることがわかる．

つりあいの位置からの変位が接線方向上向きに $R\Delta\theta$〔m〕であることに注意すると，(1・7) は復元力を与えることがわかる．したがって，質点 P は単振動することが予想される．その周期は円弧 ABC の回転周期の

(1・8)	倍

と考えられる．

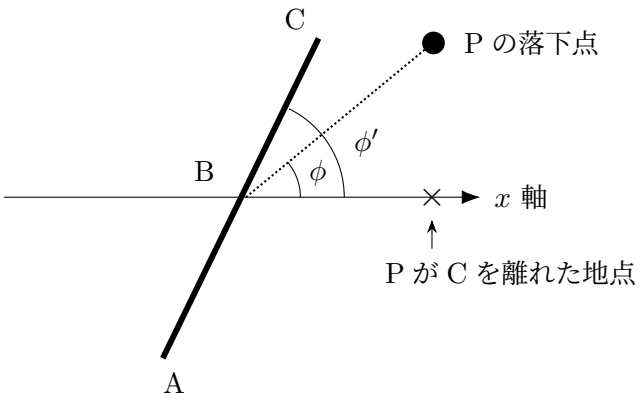


図 2　鉛直上方から見た図

Ⅲ）P を 3 つの力がつりあう位置にもどし，円弧の角速度をゆっくりと増加させた．角速度の変化は十分遅く，短時間であれば P は等速円運動を行っていると考えてよい．角速度が Ω_1 に達したとき，P は円弧 ABC から離れ床に落下した．

床上に点 B を通る x 軸を設けた．鉛直上方から見たとき，x 軸の上方を通過した瞬間に P は点 C から離れたことがわかった（図 2 参照）．P の落下地点と B を結ぶ直線と x 軸との角を ϕ〔rad〕，P が離れてから落下する間に円弧 ABC が回転した角を ϕ'〔rad〕とすると，

$$\tan\phi = \boxed{\quad (1・9) \quad}$$

であり，

$$\phi' = \boxed{\quad (1・10) \quad}$$

である．

点 C で回転軸 OB を背にした観測者から P を見たとき，P は右にそれながら落下していくように見えることがわかる．

2 以下の［　　］の中に適切な式または語句を記入せよ．

図 3 のように水平面に対して角 θ_1〔rad〕，θ_2〔rad〕をなす十分に長い斜面 1，2 がある（$0 < \theta_1$，$\theta_2 < \frac{\pi}{2}$）．この斜面上に電気抵抗の無視できる間隔 L〔m〕の平行なレールをすえつけ，鉛直上向きに磁束密度の大きさが B〔T〕の一様な磁場をかけた．斜面 1，2 の境界線とレールは直角をなすものとする．質量 m_1〔kg〕の導体棒 P と，質量 m_2〔kg〕の導体棒 Q がこのレール上を離れたり回転したりすることなくなめらかに移動する．導体棒 P，Q は常にレールに対して垂直であり，したがって，導体棒とレールの 2 つの接点間の長さはともに L である．また，接点間の電気抵抗は P が R_1〔Ω〕，Q が R_2〔Ω〕である．重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする．

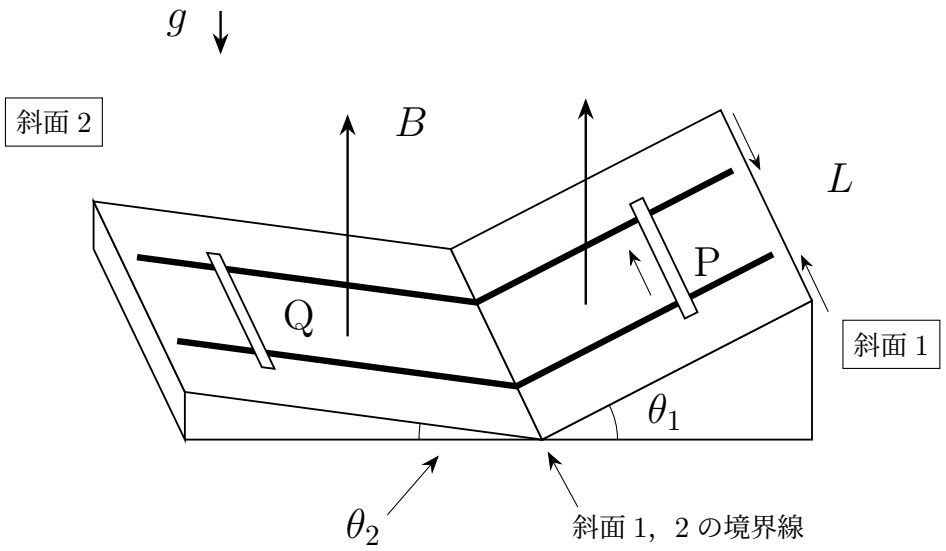


図 3　レール（太線）と導体棒 P，Q

I）導体棒 P を矢印の方向に流れる電流の大きさが I〔A〕であったとする．P，Q が磁場から受ける力の大きさはともに

［　(2・1)　］〔N〕

である．

このとき，導体棒 P の加速度は，斜面を下る向きにその大きさが a_1〔m/s^2〕であった．P の運動方程式は

$$m_1 a_1 = \boxed{\quad (2\cdot 2) \quad}$$

と書ける．導体棒 Q の加速度は，斜面を下る向きにその大きさが a_2〔m/s^2〕であったとすると，その運動方程式は

$$m_2a_2 = \boxed{\quad (2・3) \quad}$$

となる．

導体棒 P の速度は斜面を下る向きにその大きさが v_1〔m/s〕，導体棒 Q の速度は斜面を下る向きにその大きさが v_2〔m/s〕であったとすると，I は v_1，v_2 を用いて，

$$I = \boxed{\quad (2・4) \quad}$$

と表される．

II）P，Q の両方をそれぞれ斜面 1，2 のレール上の十分に高い所から静かに放した．P，Q は速さを増し，十分な時間を経て，それぞれ一定の速さになった．このことより，θ_1，θ_2，m_1，m_2 に関して，

$$\boxed{\quad (2・5) \quad}$$

の関係式が満たされていることがわかる（**導出過程も説明せよ**）．

以下の問では，(2・5) は満たされているものとし，θ_2，m_2 および I，v_1，v_2 を**用いないで**答えよ．

P，Q とレールのつくる回路に流れる電流の大きさは

$$\boxed{\quad (2・6) \quad}\ 〔\mathrm{A}〕$$

であり，回路に生じる誘導起電力の大きさは

$$\boxed{\quad (2・7) \quad}\ 〔\mathrm{V}〕$$

となる．(2・4) の関係を用いると，P の Q に対する相対速度の水平成分の大きさは

$$\boxed{\quad (2・8) \quad}\ 〔\mathrm{m/s}〕$$

である．

P，Q の力学的エネルギーは減少するが，これは回路に発生する

$$\boxed{\quad (2・9) \quad}$$

になる（語句を答えよ）．その単位時間あたりの発生量は

$$\boxed{\quad (2・10) \quad}\ 〔\mathrm{J}〕$$

である．

3 以下の□の中に適切な語句，式，記号または数を記入せよ．

物質に X 線を当てると，散乱されて出てくる X 線の中に入射 X 線の波長に比べて長い波長を持つものが観測される．この現象を

$$\boxed{\quad (3・1) \quad}$$

という．これは X 線を波としてではなく粒子（光子）と考え，粒子と電子の弾性衝突として説明できる．

図 4 のように，xy 平面の原点に静止している質量 m〔kg〕の電子に，波長 λ〔m〕の X 線が弾性衝突したとする．入射 X 線の方向を x 軸に，これに垂直な方向を y 軸にとると，散乱された X 線は x 軸に対して θ〔rad〕の方向に進んだ．同時に電子は x 軸に対して ϕ〔rad〕の方向に，速さ v〔m/s〕で進んだ．散乱 X 線の波長を λ'〔m〕で表す．光速を c〔m/s〕，プランク定数を h〔J·s〕とする．

入射 X 線の光子 1 個のエネルギーは，波長 λ を用いて

(3・2)	〔J〕

と表わせる．

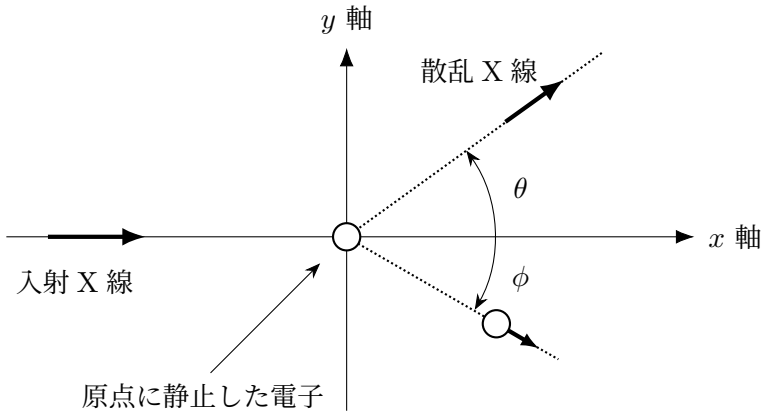


図 4

x 軸方向の運動量保存則は

(3・3)

と表せる．また，y 軸方向の運動量保存則は

(3・4)

となる．エネルギー保存則は

(3・5)

と表せる．

(3・3) と (3・4) から ϕ を消去すると

$m^2v^2 =$ | (3・6) |

が得られる．(3・5) を用いて v を消去すると

$\lambda' - \lambda =$ | (3・7) |

となる（λ, λ' を用いて答えよ）．

$\lambda \fallingdotseq \lambda'$ であった．これを (3・7) の右辺で用いると，

$$\lambda' - \lambda \fallingdotseq \boxed{\quad (3・8) \quad}$$

となる．これより，

（ア） 波長の変化は入射 X 線の波長 λ が大きいほど大きい

（イ） 波長の変化は入射 X 線の波長 λ が大きいほど小さい

（ウ） 波長の変化は入射 X 線の波長 λ には依存しない

（エ） 波長の変化は散乱角 θ が大きいほど大きい

（オ） 波長の変化は散乱角 θ が大きいほど小さい

のうち

$$\boxed{\quad (3・9) \quad}$$

が成り立つ（正しい選択肢をすべて答えよ）．

(3・8) を用いると，散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$ のとき，$\lambda' - \lambda$ は

$$\boxed{\quad (3・10) \quad}\ \mathrm{m}$$

と計算される（$m = 9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$，$c = 3.0 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$，$h = 6.6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$ として，有効数字 2 桁で答えよ）．

4 以下の［　　］の中に適切な式または記号を記入せよ．

地上で発した音が音源から遠く離れた場所で大きく聞こえることがある．この現象（**現象 1** とする）を，大気は水平な境界面を境にして 2 つの層からなるものとして考察する（図 5 参照）．

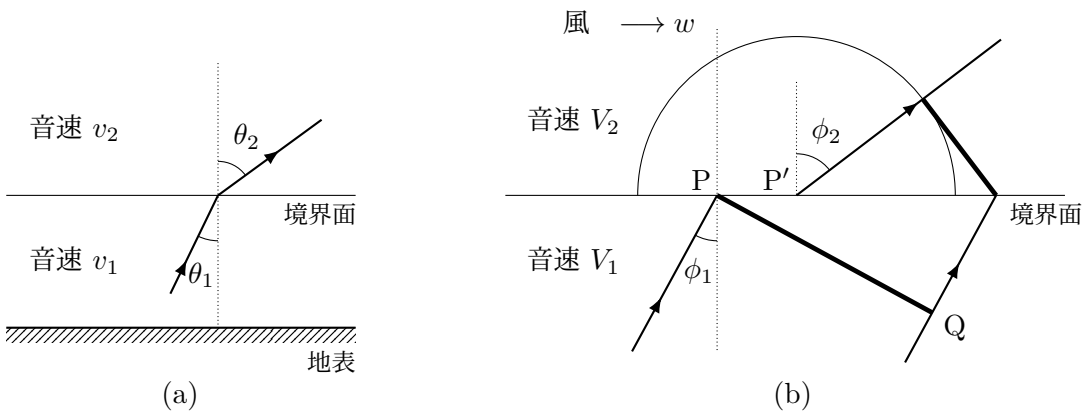


図 5

Ⅰ）地表から境界面までの層では音速が v_1〔m/s〕で無風状態，境界面から上の層では音速が v_2〔m/s〕で無風状態であったとし，地上で発した音が境界面に入射し，屈折したとする（図 5 (a)）．入射角は θ_1〔rad〕，屈折角は θ_2〔rad〕であった．

このとき

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \boxed{\quad (4\cdot 1) \quad}$$

の関係がある．

現象 1 は，地上で発した音が境界面で全反射されて地表に返ってくる現象であると説明することができる．全反射が起きる入射角 θ_1 が存在するのは，

（ア）$v_1 < v_2$ の場合　　（イ）$v_1 = v_2$ の場合　　（ウ）$v_1 > v_2$ の場合

［　(4・2)　］

であり，この場合，上の層における気温は

（ア）下の層の気温よりも高い　　（イ）下の層の気温よりも低い

（ウ）下の層の気温と同じである

［　(4・3)　］

((4・2)，(4・3) は最も適切な選択肢を答えよ)．**現象 1** は，冬の夜間によく観測される現象であると考えられる．

Ⅱ）図 5 (b) のように，下の層では音速が V_1〔m/s〕で無風状態，上の層では無風時の音速が V_2〔m/s〕であり，風速 w〔m/s〕（$w < V_2$）の風が左から右に向かって水平方向に吹いている場合を考える．音波は平面波とみなすことができ，境界面における音波の屈折をホイヘンスの原理を用いて説明することができる．

速さ V_1 で進む入射波の波面 PQ が境界面に達すると，P から発せられた素元波が広がっていく．P が境界面に達してから t〔s〕後に Q が境界面に到達するとする．この間に P から発せられた素元波の中心は，風のため P′ まで移動する．PP′ 間の長さは

(4・4)	〔m〕

である．このときの入射角を ϕ_1〔rad〕，屈折角を ϕ_2〔rad〕とすると，

$$\frac{\sin\phi_1}{\sin\phi_2} = \boxed{\text{(4・5)}}$$

の関係がある（ϕ_2 を用いて答えよ）．屈折波の速さは

(4・6)	〔m/s〕

と表される．

全反射がおこる入射角 ϕ_1 が存在する条件は，

(4・7)

である（不等式を用いて答えよ）．上空に吹く強い風が**現象 1** が観測される原因になることがわかる．