日本医科大学

2026 年度　一般選抜　数学

（90 分）

I 中が見える番号付きの 4 つの箱，箱 1，箱 2，箱 3，箱 4 がある。箱の外に互いに区別のつかない球が十分多くある。1 から 6 の目が等確率で出る 1 つのさいころを 1 回投げて出た目を n とするとき，n の値に応じて以下の操作を行う。

[操作 1]　$n = 1, 2, 3, 4$ の場合，箱の外にある 1 個の球を箱 n に入れる。

[操作 2]　$n = 5$ の場合，箱 1 と箱 2 のそれぞれに 1 個ずつ箱の外の球を入れる。

[操作 3]　$n = 6$ の場合，箱 1 と箱 3 のそれぞれに 1 個ずつ箱の外の球を入れる。

以上の操作で，1 度箱に入れた球はもとに戻さない。

さいころを 3 回続けて投げたとき，箱 k $(k = 1, 2, 3, 4)$ に入っている球の個数を N_k とする。以下の各問いの空欄に適する 1 以上の整数を求めよ。ただし，分数は既約分数で答えること。

問 1　$N_1 = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ となる。

問 2　$N_2 = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ となる。

問 3　$N_4 = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ となる。

問 4　$N_1 = 1$ という条件のもとで，$N_2 = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ となる。

II O を原点とする座標空間において，3 点 A$(1, 2, 4)$，B$(3, 1, 2)$，C$(-1, 2, 5)$ を通る平面を π とする。π に関して点 D$(2, 4, 1)$ と対称な点を E とし，△BCD の重心を G とする。E を中心とし，G を通る球面を S とする。また，S と π との交わりである円を K とする。

問 1　π の方程式を求めよ。答えのみでよい。

問 2　E の座標を求めよ。答えのみでよい。

問 3　K の中心の座標と半径をそれぞれ求めよ。答えのみでよい。

問 4　K 上の点 P に対して，2 点 G，P 間の距離を d_{P} とおく。点 P が K 上を動くとき，$(d_{\mathrm{P}})^2$ の最小値を求めよ。

（注）解答欄に説明・計算の記入欄あり

III O を原点とする座標平面において，曲線 C_1 を $C_1 : y = \dfrac{1}{x}$ $(x > 0)$ とし，C_1 上の点 P $\left(t,\ \dfrac{1}{t}\right)$ における C_1 の接線を L とする。O から L に垂線 OH を下ろし，H$(x(t),\ y(t))$ と表す。点 P が C_1 上を動くときの H の軌跡を C_2 とする。実数の定数 r は $0 < r < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ を満たすとし，点 $\left(1 - \dfrac{r}{\sqrt{2}},\ 1 - \dfrac{r}{\sqrt{2}}\right)$ を中心とする半径 r の円を $C(r)$ とする。C_2 と $C(r)$ の共有点の個数を $N(r)$ とするとき，以下の各問いに答えよ。

問 1　L の方程式を求めよ。答えのみでよい。

問 2　$x(t)$，$y(t)$ をそれぞれ t で表せ。

（注）解答欄に説明・計算の記入欄あり

問 3　$N(r)$ を求めよ。

（注）解答欄に説明・計算の記入欄あり

Ⅳ a を正の定数とする。区間 $0 \leqq x < a$ で定義された関数 $f(x)$ は微分可能であり，以下の 3 条件を満たすとする。

(i)　実数 t は $0 \leqq t < a$ を満たすとする。O を原点とする xy 平面上の曲線 $C : y = f(x)$ の区間 $0 \leqq x \leqq t$ における長さが

$$a \log \left(\frac{a+t}{a-t} \right) - t$$

に等しい。

(ii)　$f'(x) \leqq 0$　（ただし，$0 \leqq x < a$）

(iii)　$f\left(\frac{a}{2}\right) = 0$

問 1　関数 $f(x)$ を求め，$y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。凹凸も調べよ。

（注）解答欄に説明・計算の記入欄あり

問 2　a は $0 < a < 1$ を満たすとする。曲線 C と x 軸および y 軸によって囲まれた部分の面積を $S_1(a)$ とする。C 上の点 $\mathrm{P}\left(\frac{a}{2}, 0\right)$ における接線を L とし，L と y 軸との交点を Q とする。線分 PQ を $(2-a) : (1+a)$ に内分する点を R とし，三角形 OPR の面積を $S_2(a)$ とするとき，$S_1(a)$ と $S_2(a)$ の大小関係を調べよ。必要ならば，

$$1.09 < \log 3 < 1.10$$

であることは用いてよい。

（注）解答欄に説明・計算の記入欄あり