琉球大学

2026 年度　前期日程　数学

（120 分）

1 次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　定積分 $\displaystyle\int_0^2 xe^{-\frac{1}{2}x}\,dx$ を求めよ。

問 2　関数 $f(x)$ は等式 $f(x)=e^{-\frac{1}{2}x}+\dfrac{3}{2}\displaystyle\int_0^2\{f(t)-2\}t\,dt$ をみたすとする。このとき，関数 $f(x)$ を求めよ。

2 関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$$

で与えられているとする。関数 $y=f(x)$ のグラフを C とする。次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　$f(x)$ は以下の関係式をみたすことを示せ。

(i) $\{f(x)\}^2-\{f'(x)\}^2=1$

(ii) $f''(x)=f(x)$

ただし，$f'(x)$ および $f''(x)$ は，それぞれ $f(x)$ の第 1 次導関数および第 2 次導関数を表す。

問 2　$a>0$ をみたす実数 a に対して，曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$ をとる。次に，曲線 C 上の点 $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$ を，点 P における曲線 C の接線と，点 Q における曲線 C の接線が直交するようにとる。このとき，曲線 C の $x=b$ から $x=a$ までの長さ L を，b を用いずに a を用いて表せ。

問 3　L が最小値をとるときの a の値を求めよ。

3 複素数 $\alpha = \cos\dfrac{2\pi}{5} + i\sin\dfrac{2\pi}{5}$ について，次の問いに答えよ。ただし，i は虚数単位を表す。(50 点)

問 1　$1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4$ の値を求めよ。

問 2　$\cos\dfrac{2\pi}{5}$ の値を求めよ。

問 3　t を実数とするとき，極限値

$$\lim_{t \to 1} \frac{|t^4 + t^3\alpha + t^2\alpha^2 + t\alpha^3 + \alpha^4|^2}{(t-1)^2}$$

を求めよ。

4 1 個のさいころを 3 回投げる。出た目の最小値を M とする。このとき，次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　M が 3 以上になる確率を求めよ。

問 2　M が 3 になる確率を求めよ。

問 3　最初に出た目を X とする。M が 3 であったときに，X が 6 である条件付き確率を求めよ。