近畿大学

2024 年度　一般選抜　数学

（60 分）

注　　意

問題の文中の ア , イウ などの □ には，特に指示のないかぎり，数値または符号（−）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

(1) ア，イ，ウ，…の一つ一つは，それぞれ 0 から 9 までの数字，または − の符号のいずれか一つに対応する。それらをア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に -8 と答えたいとき

ア	●⓪①②③④⑤⑥⑦⑧⑨
イ	⊖⓪①②③④⑤⑥⑦●⑨

(2) 分数形が解答で求められているときは，既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

〔例〕 $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●⓪①②③④⑤⑥⑦⑧⑨
エ	⊖⓪①②③●⑤⑥⑦⑧⑨
オ	⊖⓪①②③④●⑥⑦⑧⑨

(3) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば，$\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

(4) 分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{ク}+\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

I　座標平面において，原点 O を中心とする半径 1 の円周上を動く点 P と，点 $\mathrm{A}\left(4\sqrt{3},\ 4\right)$ を中心とする半径 5 の円周上を動く点 Q がある。

(1) $\mathrm{OA} =$ ア である。また，直線 OA と x 軸のなす角 α は $\dfrac{\text{イ}}{\text{ウ}}\pi$ である。ただし，$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(2) P，Q の y 座標をそれぞれ p，q とする。$q - p$ のとりうる値の範囲は

$$\text{エオ} \leqq q - p \leqq \text{カキ}$$

である。

(3) 線分 PQ の長さのとりうる値の範囲は

$$\text{ク} \leqq \mathrm{PQ} \leqq \text{ケコ}$$

である。

(4) 線分 PQ が通りうる領域を D とする。D の面積は

$$\text{サシ}\sqrt{\text{ス}} + \text{セソ}\pi$$

である。

(5) 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ のなす角を β とする。ただし，$0 \leqq \beta \leqq \pi$ とする。$\tan\beta$ のとりうる値の範囲は

$$\text{タ} \leqq \tan\beta \leqq \frac{\text{チ}\sqrt{\text{ツ}}}{\text{テ}}$$

である。

(6) 直線 PQ の傾きを m とする。m の最大値は

$$\frac{\text{ト}\sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}} + \sqrt{\text{ヌ}}$$

である。

II

一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_n = \left[\sqrt{n}\,\right] \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

ただし，実数 x に対して，$[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

(1) $a_{10} =$ ア，$a_{100} =$ イウ，$a_{2024} =$ エオ である。

(2) 自然数 n に対して，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおく。

(i) $S_{10} =$ カキ，$S_{100} =$ クケコ である。

(ii) S_{2024} の最大の素因数は サシス である。

(iii) $S_n > 2024$ を満たす最小の自然数 n は セソタ である。

(3) 数列 $\{b_n\}$ を次の規則 1，規則 2 で定める。

規則 1：$\dfrac{n}{a_n} = \left[\dfrac{n}{a_n}\right]$ となる自然数 n に対して，$b_n = \dfrac{n}{a_n}$ とおく。

規則 2：$\dfrac{n}{a_n} \neq \left[\dfrac{n}{a_n}\right]$ となる自然数 n に対して，$b_n = 0$ とおく。

(i) $b_{10} =$ チ，$b_{100} =$ ツテ である。

(ii) $1 \leqq n \leqq 100$ において，$b_n > 0$ を満たす自然数 n の個数は トナ である。

(iii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} b_k =$ ニヌネ である。

III

(1) $\log_{16} 1024 = \dfrac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2) 方程式 $\log_{16} x = -\dfrac{1}{4}$ の解は $x = \dfrac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(3) 関数

$$f(x) = (\log_{16} x)^2 - \log_{16} x^4 - 3$$

の最小値は オカ である。また，$f(x)$ が最小となる x の値は $x =$ キクケ である。

(4) 不等式

$$1+2\log_{16}(9-x)<\frac{1}{2}+\frac{1}{\log_{10}4}+\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{2}x+1\right)$$

を満たす実数 x のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{コサ}}<x<\boxed{\text{シス}},\qquad \boxed{\text{セ}}<x<\boxed{\text{ソ}}$$

である。

(5) $x>1$ とする。関数

$$g(x)=\log_{16}x+10\log_{x}1024+\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{x}$$

の最小値は $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。また，$g(x)$ が最小となる x の値の整数部分を N とする。N の桁(けた)数は $\boxed{\text{ツ}}$ であり，N の最高位の数字は $\boxed{\text{テ}}$ である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$ とする。