高知大学

2026 年度　前期日程　数学

（120 分）

1 次の問いに答えよ。

（100 点）

(1) $x^2-4x+y^2-6y+a=0$ を満たす実数の組 $(x,\ y)$ が存在しないような実数 a の値の範囲を求めよ。

(2) 不等式 $x^2-4|x|+y^2-6|y|-23 \leqq 0$ の表す領域 D を xy 平面上に図示せよ。

(3) 点 $(5-3\sqrt{5},\ 4\sqrt{5})$ が (2) の D に属するかどうかを理由を付けて答えよ。

2 a, b, c を実数とし，$f(x)=3x^3+ax^2+bx+c$ とおく。$f(x)$ は $f(1)=0$, $f(2)=3$ および $f'(1)=0$ を満たすとする。ただし，$f'(1)$ は $f(x)$ の $x=1$ における微分係数を表す。また，数列 $\{x_n\}$ を次の二つの条件を満たすように定める。

- $x_1=2$
- 自然数 n に対して，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(x_n,\ f(x_n))$ における接線と x 軸との交点の x 座標を x_{n+1} とする。

このとき，次の問いに答えよ。

（100 点）

(1) a，b，c の値を求めよ。

(2) t を実数とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式を t を用いて表せ。また，$t>1$ のとき，その接線と x 軸との交点の x 座標を t の式で表せ。

(3) 数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $|x_{n+1}-x_n|<\dfrac{1}{2}\times 10^{-4}$ を満たす最小の n の値を求めよ。ただし，$\log_{10}2=0.301$, $\log_{10}3=0.477$ としてよい。

3 a，b を実数とし，実数 x に対して，

$$f(x) = \left|\frac{8}{9} - x\right|,$$
$$g(x) = \frac{ax^3 + x^2 + b}{2x^2 + 3},$$
$$h(x) = f(g(x))$$

とおく。このとき，次の問いに答えよ。

（100 点）

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) $g(1) = 1$，$g'(1) = 0$ のとき，a と b の値を求めよ。ただし，$g'(1)$ は $g(x)$ の $x = 1$ における微分係数を表す。

(3) (2) のとき，$h(x)$ の $-1 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}$ の範囲における最大値を求めよ。

4 △ABC は AB = AC を満たす二等辺三角形で，辺 BC を底辺としたときの高さを h とする。△ABC の内接円を C_1 とする。また，$a = \sin\dfrac{\angle \mathrm{BAC}}{2}$ とおく。ただし，$0 < \angle \mathrm{BAC} < \pi$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

（100 点）

(1) 円 C_1 の半径 r_1 を a，h の式で表せ。

(2) k を 2 以上の整数とする。辺 AB と AC に接する円のうち，C_{k-1} に外接するものを C_k と定義する。ただし，$k \geqq 3$ のとき C_k は C_{k-2} とは異なるものとする。このとき，円 C_k の半径 r_k を a，h，k の式で表せ。

(3) 2 以上の整数 k に対して C_k は (2) で定義された円とする。C_1，C_2，C_3，$\cdots$，C_n の面積の和を S_n とおく。このとき，極限値 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ を求めよ。

(4) (3) の $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ が △ABC の面積の $\dfrac{1}{2}$ 倍となるときの a の値を求めよ。